

6 授業の実際と考察

(1) 数学的な見方・考え方について ～帰納的・演繹的な考えを引き出す課題の提示～

同じ大きさの正方形に縦・横同じ数ずつの円を敷き詰めた図（円の中に1つ、4つ、9つ）を3つ提示した（図1）。ピザに例え、一番お得なピザはどれかを問い掛けた。

（黒板上の図を見て）

T1：どのピザが一番お得かな？（図1表1）

T2：なぜ、（ア）が得だと思ったの？

C1：大きいから。

C2：すきまがないから。

T3：（ウ）を選んだのはどうして？

C3：数が多いから。

T4：一番人気だった（ア）のピザの面積を求めてみましょう。

C4： $30 \times 30 \times 3.14 = 2826$

T5：（ウ）のピザの面積を求めてみましょう。

C5：正方形の中に横に3つ並んでいるので $60 \div 3 = 20$
1つの円の直径が20cmだから半径は10cm
 $10 \times 10 \times 3.14 = 314$ ここまでは分かったけど・・・。

C6：同じ円が9つあるから、 $\times 9$ をすれば、全部の面積が出る。

C7： $10 \times 10 \times 3.14 \times 9 = 2826$

C8：2つ一緒だから（イ）も一緒なんじゃない？

T6：本当に一緒？たまたまじゃない？

C9：一つの円の直径は $60 \div 2$ で求められるので、半径は $60 \div 2 \div 2$ で
15cm $15 \times 15 \times 3.14 \times 4$ をすればいい。

T7：計算間違いしたり、苦戦したりしている人もいます。計算 終えた人？

C10：2826 cm²でした。

C11：計算しなくても分かるよ。

T8：計算しなくて分かるってどういうこと？

C12：計算しなきゃわからないでしょう。

網掛け：問い返し
下線：見方・考え方

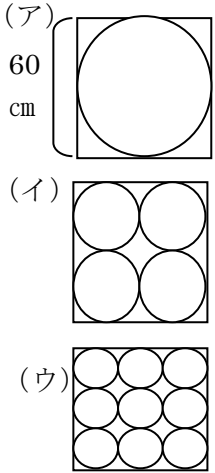


図1：課題の提示

表1：お得なピザの予想と人数

予想	人数
アが得	21人
イが得	0人
ウが得	1人



図2：面積の和を考える

提示した（ア）（イ）（ウ）3つの図のうち、円の面積の和がみんな同じ面積になるという予想がない中、（ア）と（ウ）の2つの面積の和が同じになったところから、もしかしたら（イ）も同じで、3つとも答えが同じになるかもしれない（C8）、「確かめたい」という意識が子どもたちの中に生まれてきた。考えていく中で、「計算しなくても分かる」（C11）というつぶやきがあった。このような姿から、同じ大きさの正方形に縦・横同じ数ずつの円を敷き詰めた3つの図を課題として提示したことで、子どもの帰納的な考えを引き出すことができたと考える。ここまでの追求をもとに、計算しなくても（暗算で）面積の和が同じになると言えるのはなぜかを考えることにした。

(2) 問い返しについて ～理由・根拠、ヒントを意図した問い返し～

T8の問い返しの際、C11のつぶやいたことについて、多くの子どもは理解できずにいた（C12）。そこで、つぶやいた児童に全体の前で説明をさせた（図3）。（ア）と（イ）は、 $\times 3.14$ 以外の部分が、どちらも900になると説明した（C13）。（イ）も同様に $\times 4$ に着目し、変形することで、 $2 \times 15 \times 2 \times 15$ から 30×30 になることを見付け（C14）、（ア）との共通部分に着目できた。そこで、（ウ）の式につ



図3：式の共通部分について説明する

C13 : 3.14 をいったん取って、(ア) の式は、 30×30 で 900 になる。
(イ) の式は、 $15 \times 15 \times 4$ が 900 になる。
 C14 : (イ) は、 $\times 4$ を $\times 2 \times 2$ と考えると、 $2 \times 15 \times 2 \times 15$ で 900 になる。
 T9 : では、(ウ) はどうかな。隣の人に説明してみよう。
 C15 : $10 \times 10 \times 9$ で 900。
 C16 : $\times 9$ を $\times 3 \times 3$ にすると、 $3 \times 10 \times 3 \times 10$ になって、 30×30 で 900。
 T10 : 計算しなくても面積同じってわかるの？
 C17 : 全部が、 $30 \times 30 \times 3.14$ でできる。
 T11 : 言っていること分かる？

T21 : 同じ面積のピザってもうないかな？
 C28 : あると思う。
 T22 : 面積が同じ (エ) のピザ作れますか？
 CC : 作れる。
 C29 : 分からない。(他 1 名挙手)
 T23 : できるって言った人、どんなピザにすればいいの？
 C30 : ぴったり入る。
 T24 : どんなピザを思い浮かべていますか。
 C31 : 直径が 10cm、縦に 6 個、横に 6 個
 C32 : 直径が 15 cm、縦に 4 個、横に 4 個
 C33 : 直径が 6 cm、縦に 10 個、横に 10 個
 T25 : 縦に 10 個、横に 10 個で 100 個のピザだよ。 $3 \times 3 \times 3.14 \times 10 \times 10$ 本当に一緒になるの？
 C34 : なるよ。 3×3 で 9、 10×10 で 100。 9×100 で 900。一緒になる。

いて同じように考えることができるのか、隣の人に説明する場を設定 (図 4) した後、全体で確認した (C15・C16)。

その結果、式の共通部分を見付け、3 つとも面積の和を求める式を変形すると、 $30 \times 30 \times 3.14$ になることに気付いた。しかし、T11 の問い返しの後、式の意味を考えさせたり、他者説明をさせたりせずにまとめたことで、どの面積の和も「 $30 \times 30 \times 3.14$ 」で表すことができるという帰納的な考えを十分に導き出すことができなかった。

他に同じ面積のピザがもうないか問い掛けたところ、多くの子どもたちが「ある。」と答えた (CC)。子どもは「ぴったり入る」という言葉を使い (C30)、縦と横同じ数ずつ並んだものを想定した (C31～33)。そこで、縦と横 10 個ずつ並んだピザの面積が同じになるのか、全体に問い返した (T25)。それにより、3.14 以外の数をかけるとすべて 900 になって答えも同じになる考え方を引き出すことができた。これは、既に明らかになっていることを基にして、どれも面積が等しくなるという、**演繹的な考えを用いた姿**であると言える。子どもを考えを基に、「本当に一緒になるの？」との問い返しは、理由や根拠を子どもに説明させることにつながったと考える。



図 4 : (ウ) の式の共通部分について隣の人と考える

(3) 成果と課題

- 「どのピザが一番お得か？」という課題は、子どもの生活につながるものであり、予想にズレが生まれ、自分事として意欲的に面積を求める姿につながった。
- 面積が同じになるピザを考えさせる活動を仕組み、(100 個のピザでも) 本当に一緒になるのか問い返したことで、共通の式ができることを根拠に面積を求める演繹的な考えにつながった。

- 帰納的な考えを意識させるために、どのような反応があったときに、問い返すのか、じっくり考えさせるのか、子どもに発言させるのか、ねらう姿をもとに判断する必要がある。
- 子どもたちは式と図形を結び付けて考える姿が見られた。式に表れる数字が何を意味するのかを考えさせることで、帰納的な考えを引き出すことができるのではないか。